Atlasmaths

atlasmaths.com

1ÈRE BAC · SCIENCES EXPÉRIMENTALES · FICHE DE COURS

Étude des fonctions numériques

دراسة الدوال العددية

📚 Résumé du cours

I. Plan d'étude d'une fonction (méthode en 7 étapes)

1. **Domaine de définition** D_f
2. **Parité, périodicité** (si pertinent) pour réduire l'étude
3. **Limites aux bornes** du domaine
4. **Dérivabilité et calcul de** $f'(x)$
5. **Signe de** f' **et tableau de variations**
6. **Asymptotes** (verticales, horizontales, obliques)
7. **Tracé de la courbe** C_f

II. Asymptote oblique

Définition

Si $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - (ax+b)) = 0$, alors la droite $y = ax + b$ est une **asymptote oblique** à C_f en $+\infty$.

Comment trouver a et b ?

1. $a = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$
2. $b = \lim_{x \to +\infty} (f(x) - ax)$

Si les deux limites existent et sont finies, C_f admet l'asymptote oblique $y = ax + b$.

III. Position relative courbe / asymptote

Étudier le signe de $f(x) - (ax+b)$:

- > 0 : C_f au-dessus de l'asymptote
- < 0 : C_f en dessous
- $= 0$: intersection (rare)

IV. Centre de symétrie / Axe de symétrie

Axe de symétrie

C_f admet la droite $x = a$ comme axe de symétrie ssi $\forall h$ tel que $a+h, a-h \in D_f$:

$$f(a+h) = f(a-h)$$

Centre de symétrie

C_f admet $\Omega(a, b)$ comme centre de symétrie ssi :

$$f(a+h) + f(a-h) = 2b$$

V. Branches infinies

Quand $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$, on étudie :

1. Si $\lim \dfrac{f(x)}{x} = \infty$: **branche parabolique** de direction (Oy)
2. Si $\lim \dfrac{f(x)}{x} = 0$: **branche parabolique** de direction (Ox)
3. Si $\lim \dfrac{f(x)}{x} = a \neq 0$ et $\lim(f(x) - ax) = b$: asymptote oblique $y = ax + b$
4. Si $\lim \dfrac{f(x)}{x} = a$ et $\lim(f(x) - ax) = \infty$: direction asymptotique $y = ax$

VI. Méthode BAC type 2024

Énoncé : Étudier la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x}$.

Solution :

$D_f = \mathbb{R}^*$. **Impaire** car $f(-x) = -f(x)$. On étudie sur $]0, +\infty[$.

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty \to$ asymptote verticale $x = 0$.

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $\dfrac{f(x)}{x} = 1 + \dfrac{1}{x^2} \to 1$, $f(x) - x = \dfrac{1}{x} \to 0$.
Donc **asymptote oblique** $y = x$ en $+\infty$.

$f'(x) = \dfrac{2x \cdot x - (x^2 + 1)}{x^2} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Signe de f' : $f'(x) > 0$ sur $]1, +\infty[$, $f'(x) < 0$ sur $]0, 1[$.
Minimum local en $x = 1$: $f(1) = 2$.

VII. Top 5 pièges à éviter

1. **Calculer la limite avant de simplifier.** Toujours simplifier d'abord.
2. **Confondre direction asymptotique et asymptote oblique.** Direction = pente seulement. Asymptote = pente + ordonnée à l'origine.
3. **Oublier la position relative** courbe/asymptote dans la conclusion graphique.
4. **Tracer la courbe sans tableau de variations.**
5. **Ne pas vérifier que f est continue / dérivable** avant d'utiliser ces propriétés.

🎯 Formules clés

Plan d'étude : 1. Domaine 2. Parité/périodicité 3. Limites aux bornes 4. Dérivée 5. Tableau de variations 6. Asymptotes 7. Tracé **Asymptote oblique** $y = ax + b$: - $a = \lim f(x)/x$ - $b = \lim(f(x) - ax)$ **Axe de symétrie** $x = a$: $f(a + h) = f(a - h)$ **Centre de symétrie** $\Omega(a, b)$: $f(a + h) + f(a - h) = 2b$

💡 Astuces & méthodes

- 🎯 Toujours commencer par D_f et finir par le tracé. Méthode systématique.
- 🎯 Pour les fonctions rationnelles, l'asymptote oblique se trouve par division euclidienne (plus rapide que les limites).