Atlasmaths

atlasmaths.com

1ÈRE BAC · SCIENCES EXPÉRIMENTALES · FICHE DE COURS

Trigonométrie 2

حساب المثلثات 2

📚 Résumé du cours

I. Rappels essentiels

Valeurs remarquables (à connaître par cœur)

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\tan x$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	—

Relations fondamentales

- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ (si $\cos x \neq 0$)
- $1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

II. Formules d'addition

- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
- $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
- $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

III. Formules de duplication

- $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
- $\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$
- $\tan(2a) = \dfrac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

IV. Équations trigonométriques fondamentales

Équation $\cos x = a$

Si $|a| > 1$: pas de solution.

Si $|a| \leq 1$: il existe α tel que $\cos \alpha = a$. Solutions :

$$x = \alpha + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -\alpha + 2k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$$

Équation $\sin x = a$

Si $|a| \leq 1$: il existe α tel que $\sin \alpha = a$. Solutions :

$$x = \alpha + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \pi - \alpha + 2k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$$

Équation $\tan x = a$

Solutions : $x = \alpha + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ (où α vérifie $\tan \alpha = a$).

V. Inéquations trigonométriques

Méthode : utiliser le **cercle trigonométrique** pour visualiser les arcs solutions.

> **Exemple :** Résoudre $\cos x \geq 1/2$ sur $[0, 2\pi]$.
> $\cos x = 1/2 \Leftrightarrow x = \pi/3$ ou $x = -\pi/3 + 2\pi = 5\pi/3$.
> Sur le cercle, $\cos x \geq 1/2$ correspond à l'arc à droite de l'axe vertical à hauteur $1/2$.
> Solutions sur $[0, 2\pi]$: $x \in [0, \pi/3] \cup [5\pi/3, 2\pi]$.

VI. Méthode BAC type 2024

Énoncé : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$.

Solution : Posons $X = \cos x$. L'équation devient $2X^2 - 3X + 1 = 0$.
$\Delta = 9 - 8 = 1$. $X = \dfrac{3 \pm 1}{4}$, donc $X = 1$ ou $X = 1/2$.

Cas $\cos x = 1$: $x = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Cas $\cos x = 1/2$: $x = \pi/3 + 2k\pi$ ou $x = -\pi/3 + 2k\pi$.

VII. Top 4 pièges à éviter

1. **Oublier le "+2kπ"** dans les équations $\cos x = a$ ou $\sin x = a$.
2. **Confondre** $\sin(2a)$ **et** $2\sin a$**.**
3. **Oublier la condition** $|a| \leq 1$ avant de résoudre $\cos x = a$.
4. **Diviser par** $\cos x$ sans vérifier qu'il n'est pas nul (perte de solutions).

🎯 Formules clés

Identités fondamentales : - $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ - $\tan x = \sin x / \cos x$ **Addition** : - $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$ - $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$ **Duplication** : - $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$ - $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ **Équations** : - $\cos x = a : x = \pm\alpha + 2k\pi$ - $\sin x = a : x = \alpha + 2k\pi$ ou $\pi - \alpha + 2k\pi$ - $\tan x = a : x = \alpha + k\pi$

💡 Astuces & méthodes

- 🎯 Apprends les valeurs remarquables sin/cos/tan pour $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$ par cœur. Indispensable.
- 🎯 Pour les équations du type $a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$: poser $X = \cos x$ et résoudre l'équation du 2nd degré en X.
- 🎯 Cercle trigo : ton meilleur ami pour visualiser les inéquations et compter les solutions sur un intervalle.