

# Le dénombrement

التعداد

## Résumé du cours

### I. Principes fondamentaux

- **Principe additif** : Si A et B sont disjoints,  $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$
- **Principe multiplicatif** :  $\text{Card}(A \times B) = \text{Card}(A) \times \text{Card}(B)$

### II. Permutations

#### Permutations de n éléments

$$n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$0! = 1$$

### III. Arrangements

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} = n(n-1)\dots(n-p+1)$$

### IV. Combinaisons

#### Coefficient binomial

$$C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$C_n^0 = C_n^n = 1 ; C_n^1 = n ; C_n^p = C_n^{n-p}$$

$$\text{Triangle de Pascal} : C_{n+1}^p = C_n^{p-1} + C_n^p$$

### V. Formule du binôme de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

## 🎯 Formules clés

- $n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 1$
- $A_n^p = \frac{n!}{(n - p)!}$
- $C_n^p = \frac{n!}{p!(n - p)!}$
- $(a + b)^n = \sum C_n^k a^{n-k} b^k$

## 💡 Astuces & méthodes

### 🔴 Pièges classiques



**Confondre arrangement et combinaison :** les arrangements  $A_n^p$  tiennent compte de l'ordre, les combinaisons  $C_n^p$  non. "Choisir un président puis un secrétaire" = arrangement ; "choisir un comité de 2" = combinaison.



**Oublier  $0! = 1$  :** par définition,  $0! = 1$  (pas 0). Essentiel dans les formules  $C_n^0 = \frac{n!}{0! \cdot n!} = 1$ .



**Binôme de Newton : confondre les exposants :** dans  $(a + b)^n$ , le terme général est  $C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$ . L'exposant de a décroît, celui de b croît. Leur somme vaut toujours n.

### 🟢 Astuces de pros



**Triangle de Pascal pour éviter les calculs :**  $C_{n+1}^p = C_n^{p-1} + C_n^p$ . Construis les premières lignes pour retrouver rapidement les coefficients binomiaux.



$C_n^p = C_n^{n-p}$  : choisir p éléments parmi n revient à choisir les n-p éléments qu'on ne prend PAS. Utilise cette symétrie pour simplifier les calculs.



**Méthode des cas :** pour "au moins un", calcule le complémentaire :  $P(\text{au moins 1}) = \text{total} - P(\text{aucun})$ . Ex : comités avec au moins 1 femme = total – comités sans femme.