

Trigonométrie

حساب المثلثات

I. Cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1, orienté dans le sens direct.

Valeurs remarquables

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

II. Formules d'addition

Formules fondamentales

- $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$
- $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$
- $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$
- $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$
- $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$

III. Formules de duplication

- $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$
- $\sin(2a) = 2 \sin a \cdot \cos a$
- $\tan(2a) = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

IV. Linéarisation

- $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$
- $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

V. Équations trigonométriques

- $\cos x = \cos a \Leftrightarrow x = a + 2k\pi$ ou $x = -a + 2k\pi$
- $\sin x = \sin a \Leftrightarrow x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$

🎯 Formules clés

- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$
- $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$
- $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$
- $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

💡 Astuces & méthodes

🔴 Pièges classiques



Signe dans $\cos(a \pm b)$: $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$ (signe opposé !). Le moyen mnémotechnique : "cosinus change le signe, sinus le garde".



Confondre les formes de $\cos(2a)$: il y en a 3 équivalentes. Choisis celle qui simplifie le mieux : $\cos^2 a - \sin^2 a$, $2 \cos^2 a - 1$ (pour éliminer $\sin^2 a$), ou $1 - 2 \sin^2 a$ (pour éliminer $\cos^2 a$).



Solutions d'équation trigonométrique : $\cos x = \cos a$ donne DEUX familles : $x = a + 2k\pi$ ET $x = -a + 2k\pi$. Ne pas oublier la deuxième !

🟢 Astuces de pros



Linéarisation pour les intégrales : pour intégrer $\cos^2 x$ ou $\sin^2 x$, utilise toujours les formules de linéarisation : $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ et $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$.



Valeurs du cercle trigonométrique à mémoriser : $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$. Pour les autres, utilise les formules de somme/différence.



Transformation $a \cdot \cos x + b \cdot \sin x$: s'écrit $R \cdot \cos(x - \varphi)$ avec $R = \sqrt{a^2 + b^2}$ et $\tan \varphi = \frac{b}{a}$. Très utile pour trouver le maximum et résoudre les équations.