Atlasmaths

atlasmaths.com

2ÈME BAC · SCIENCES EXPÉRIMENTALES · FICHE DE COURS

Probabilités

الاحتمالات

📚 Résumé du cours

I. Dénombrement (rappels)

- **Factorielle :** $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$. ($0! = 1$)
- **Arrangement** (ordonné, sans répétition) : $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$
- **Combinaison** (non ordonné) : $\binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

II. Vocabulaire des probabilités

- **Expérience aléatoire :** dont on ne peut prédire le résultat
- **Univers Ω :** ensemble des résultats possibles
- **Événement :** partie de Ω
- **Probabilité P :** fonction $\Omega \to [0,1]$ avec $P(\Omega) = 1$

Cas équiprobable

Si tous les résultats sont équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

III. Probabilité conditionnelle

Définition

Soit A un événement avec $P(A) > 0$. La **probabilité conditionnelle** de B sachant A est :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Formule des probabilités composées

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

IV. Indépendance

A et B sont **indépendants** ssi $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

De manière équivalente (si $P(A) > 0$) : $P(B|A) = P(B)$.

Attention : "incompatibles" ≠ "indépendants" ! Deux événements incompatibles ($A \cap B = \emptyset$) avec $P(A), P(B) > 0$ ne sont jamais indépendants.

V. Formules utiles

- **Complémentaire :** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- **Union :** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- **Probabilités totales :** si $\{A_1, \ldots, A_n\}$ partition de Ω : $P(B) = \sum_i P(A_i)P(B|A_i)$

VI. Variable aléatoire et loi binomiale

Variable aléatoire

Une **variable aléatoire** X associe à chaque résultat un nombre réel. La loi de X donne les valeurs possibles et leurs probabilités.

Espérance, variance

- $E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$
- $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$

X = nombre de succès lors de n répétitions indépendantes de Bernoulli (succès avec proba p) :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$E(X) = np$, $V(X) = np(1-p)$.

VII. Méthode BAC type 2024

Énoncé : Une urne contient 5 boules rouges et 3 noires. On tire successivement 3 boules SANS remise. X = nombre de boules rouges obtenues.
1) Calculer $P(X = 0)$.
2) Donner la loi de X.

Solution :

1) $P(X = 0)$ = tirer 3 noires parmi 8 = $\frac{\binom{3}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{1}{56}$.

2) $P(X = k) = \frac{\binom{5}{k}\binom{3}{3-k}}{\binom{8}{3}}$ pour $k = 0, 1, 2, 3$.
$P(X = 0) = 1/56$, $P(X = 1) = 15/56$, $P(X = 2) = 30/56$, $P(X = 3) = 10/56$.
Vérification : $1 + 15 + 30 + 10 = 56$ ✓

VIII. Top 6 pièges à éviter

1. **Confondre "incompatibles" et "indépendants".**
2. **Inverser numérateur et dénominateur** dans $P(B|A)$.
3. **Confondre arrangement et combinaison** (ordre vs pas d'ordre).
4. **Appliquer la loi binomiale** à des tirages SANS remise (dépendance des essais).
5. **Oublier** $\binom{n}{k}$ dans la formule binomiale.
6. **Calculer** $V(aX) = aV(X)$. FAUX, c'est $a^2V(X)$.

🎯 Formules clés

Dénombrement : - Arrangement : $A_n^p = n!/(n-p)!$ - Combinaison : $\binom{n}{p} = n!/(p!(n-p)!)$ **Probabilités** : - Équiprobabilité : $P = \frac{\text{favorables}}{\text{possibles}}$ - Conditionnelle : $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A)$ - Indépendance : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ **Espérance, variance** : - $E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$ - $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ **Loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$** : - $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ - $E(X) = np$, $V(X) = np(1-p)$

💡 Astuces & méthodes

- 🎯 Identifier le type de tirage : ordonné ou non, avec ou sans remise. Détermine la formule à utiliser.
- 🎯 Loi binomiale exige : répétitions **indépendantes** + 2 issues + même probabilité p. Sinon, c'est une autre loi.