

# Fractions

الكسور

## Chapitre 2 : Les Fractions

---

### I. Notion de fraction

Une fraction est le quotient de deux nombres entiers  $a$  et  $b$  (avec  $b \neq 0$ ), notée  $a/b$ .

- $a$  s'appelle le **numérateur**
- $b$  s'appelle le **dénominateur**

**Signification :**  $a/b$  représente  $a$  parties égales quand on divise une unité en  $b$  parties égales.

#### Exemples :

- $1/2 =$  "une moitié"
- $3/4 =$  "trois quarts" (trois parties sur quatre)
- $5/5 = 1$  (une unité entière)
- $7/7 = 1$

### II. Fractions égales

Deux fractions  $a/b$  et  $c/d$  sont égales si :  $a \times d = b \times c$

On peut aussi multiplier (ou diviser) le numérateur et le dénominateur par le même nombre  $k \neq 0$  :

$$a/b = (a \times k)/(b \times k) \text{ pour tout } k \neq 0$$

#### Exemples :

- $2/3 = 4/6 = 6/9 = 8/12$  (toutes ces fractions sont égales)
- $1/2 = 5/10 = 50/100$  (on peut multiplier par 5, puis par 10)

### III. Simplification (réduction) de fractions

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale plus simple en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

**Méthode :** Diviser par le PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) du numérateur et du dénominateur.

#### Exemples :

- $12/18$  : PGCD(12, 18) = 6, donc  $12/18 = (12 \div 6)/(18 \div 6) = 2/3$
- $15/25$  : PGCD(15, 25) = 5, donc  $15/25 = (15 \div 5)/(25 \div 5) = 3/5$
- $36/48$  : PGCD(36, 48) = 12, donc  $36/48 = (36 \div 12)/(48 \div 12) = 3/4$

**Une fraction est irréductible quand le PGCD du numérateur et du dénominateur est 1.**

### IV. Comparaison de fractions

#### Cas 1 : Même dénominateur

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle avec le plus grand numérateur.

- $2/5 < 3/5 < 4/5$

## Cas 2 : Dénominateurs différents

Réduire les fractions au même dénominateur, puis comparer.

- Comparer  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{5}{6}$
- PPCM(4, 6) = 12
- $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$  et  $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$
- Donc  $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

## V. Addition et soustraction de fractions

### Même dénominateur :

$$a/b + c/b = (a + c)/b$$

$$a/b - c/b = (a - c)/b$$

**Exemple :**  $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

### Dénominateurs différents :

Réduire au même dénominateur (trouver le PPCM des dénominateurs), puis additionner.

**Exemple :**  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$

$$\text{PPCM}(3, 4) = 12$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \text{ et } \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

## VI. Multiplication de fractions

$$(a/b) \times (c/d) = (a \times c)/(b \times d)$$

**Exemple :**  $(\frac{2}{3}) \times (\frac{4}{5}) = (2 \times 4)/(3 \times 5) = \frac{8}{15}$

### Multiplication par un nombre entier :

$$a \times (b/c) = (a \times b)/c$$

Exemple :  $3 \times (\frac{2}{5}) = \frac{6}{5}$

## VII. Division de fractions

$$(a/b) \div (c/d) = (a/b) \times (d/c) = (a \times d)/(b \times c)$$

**Règle :** Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse.

**Exemple :**  $(\frac{2}{3}) \div (\frac{4}{5}) = (\frac{2}{3}) \times (\frac{5}{4}) = (2 \times 5)/(3 \times 4) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

## Formules clés

- **Fractions égales :**  $a/b = (a \times k)/(b \times k)$
- **Addition :**  $a/b + c/d = (ad + bc)/(bd)$
- **Soustraction :**  $a/b - c/d = (ad - bc)/(bd)$
- **Multiplication :**  $(a/b) \times (c/d) = (ac)/(bd)$
- **Division :**  $(a/b) \div (c/d) = (a/b) \times (d/c) = (ad)/(bc)$
- **Inverse :** L'inverse de  $c/d$  est  $d/c$

## Astuces & méthodes

---

### Pièges classiques



**Additionner les dénominateurs** :  $1/3 + 1/4 \neq 2/7$  ! Il faut réduire au même dénominateur :  $4/12 + 3/12 = 7/12$ .



**Simplifier incorrectement** :  $(2+3)/5 \neq 2/5 + 3$ . On ne peut simplifier que les *facteurs* communs, pas les termes d'une somme.



**Oublier de simplifier à la fin** :  $6/8$  doit être simplifié en  $3/4$ . Toujours chercher le PGCD du numérateur et du dénominateur.

### Astuces de pros



**Diviser par une fraction = multiplier par son inverse** :  $2/3 \div 4/5 = 2/3 \times 5/4 = 10/12 = 5/6$ . Retourne la deuxième fraction !



**Trouver le dénominateur commun rapidement** : utilise le PPCM des deux dénominateurs pour éviter des fractions géantes.



**Simplifier avant de multiplier** : dans  $(4/9) \times (3/8)$ , simplifie d'abord 4 et 8 par 4, et 3 et 9 par 3  $\rightarrow (1/3) \times (1/2) = 1/6$ . Beaucoup plus simple !