

Opérations sur les nombres entiers et décimaux

العمليات على الأعداد الصحيحة والعشرية

Chapitre 1 : Opérations sur les nombres entiers et décimaux

I. L'ensemble des nombres entiers naturels \mathbb{N}

L'ensemble des nombres entiers naturels est $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
Ce sont les nombres que nous utilisons pour compter. Ils sont infinis.

II. Addition et soustraction

Addition : $a + b =$ somme

Les nombres qu'on ajoute s'appellent des **termes**.

Exemple : $5 + 3 = 8$, où 5 et 3 sont les termes, 8 est la somme.

Propriétés de l'addition :

- **Commutativité :** $a + b = b + a$ (l'ordre n'a pas d'importance)
- **Associativité :** $(a + b) + c = a + (b + c)$
- **Élément neutre :** $a + 0 = a$ (ajouter 0 ne change rien)

Soustraction : $a - b =$ différence

Attention : Dans \mathbb{N} , $a - b$ est possible seulement si $a \geq b$.

Exemple de soustraction :

- $15 - 7 = 8 \checkmark$ (car $15 > 7$)
- $5 - 8$ impossible dans \mathbb{N} (car $5 < 8$)

Lien addition-soustraction : Si $a - b = c$, alors $a = b + c$

III. Multiplication

Multiplication : $a \times b =$ produit

Les nombres qu'on multiplie s'appellent des **facteurs**.

Exemple : $4 \times 6 = 24$, où 4 et 6 sont les facteurs, 24 est le produit.

Propriétés de la multiplication :

- **Commutativité :** $a \times b = b \times a$
- **Associativité :** $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- **Élément neutre :** $a \times 1 = a$
- **Élément absorbant :** $a \times 0 = 0$
- **Distributivité :** $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
- **Distributivité (soustraction) :** $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

Priorités de calcul :

1. Parenthèses
2. Multiplication et division (de gauche à droite)
3. Addition et soustraction (de gauche à droite)

- $2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$ (pas $5 \times 4 = 20$)
- $(2 + 3) \times 4 = 5 \times 4 = 20$ (parenthèses d'abord)
- $3 \times (5 - 2) = 3 \times 3 = 9$

IV. Division euclidienne

Division euclidienne : Pour diviser a par b ($b \neq 0$), on cherche deux nombres q (quotient) et r (reste) tels que :

$$a = b \times q + r \text{ avec } 0 \leq r < b$$

Vocabulaire :

- a s'appelle le **dividende**
- b s'appelle le **diviseur**
- q s'appelle le **quotient**
- r s'appelle le **reste**

Exemple : Divisons 23 par 5

$$23 = 5 \times 4 + 3$$

Donc : quotient = 4, reste = 3

Divisibilité : Si $r = 0$, on dit que a est divisible par b , ou que b divise a , ou que b est un diviseur de a .

Exemple : $20 = 5 \times 4 + 0$, donc 5 divise 20.

V. Nombres décimaux

Un nombre décimal a une **partie entière** et une **partie décimale** séparées par une virgule.

Structure d'un nombre décimal :

$$12,345 = 12 + 0,345$$

- 12 est la partie entière
- 0,345 est la partie décimale
- 3 est au rang des dixièmes ($1/10$)
- 4 est au rang des centièmes ($1/100$)
- 5 est au rang des millièmes ($1/1000$)

Opérations sur les décimaux :

- **Addition et soustraction :** Aligner les virgules
- **Multiplication :** Compter le nombre total de décimales
- **Division :** Utiliser la division posée comme avec des entiers

Exemple d'addition :

$$\begin{array}{r} 12,35 \\ + 4,62 \\ \hline \end{array}$$

$$16,97$$

Exemple de multiplication :

$$2,5 \times 3,2 = 25 \times 32 \div 100 = 800 \div 100 = 8$$

(2,5 a 1 décimale, 3,2 a 1 décimale, donc le résultat a 2 décimales)

Formules clés

- **Distributivité** : $a \times (b + c) = ab + ac$
- **Division euclidienne** : $a = bq + r$ avec $0 \leq r < b$
- **Priorités** : Parenthèses \rightarrow Multiplication/Division \rightarrow Addition/Soustraction
- **Élément neutre (addition)** : $a + 0 = a$
- **Élément neutre (multiplication)** : $a \times 1 = a$
- **Élément absorbant** : $a \times 0 = 0$

Astuces & méthodes

Pièges classiques



Oublier les priorités : $3 + 2 \times 4 \neq 20$. Il faut faire d'abord $2 \times 4 = 8$, puis $3 + 8 = 11$. Les multiplications passent avant les additions !



Mal appliquer la distributivité : $3 \times (4 + 5) \neq 3 \times 4 + 5$. Le 3 doit multiplier *chaque* terme : $3 \times 4 + 3 \times 5 = 27$.



Confondre reste et quotient : dans $17 = 5 \times 3 + 2$, le quotient est 3 et le reste est 2 (pas l'inverse).

Astuces de pros



Vérifier une division euclidienne : recalcule $bq + r$ et vérifie que tu retrouves a . Si $23 \div 4 \rightarrow 23 = 4 \times 5 + 3 \rightarrow 4 \times 5 + 3 = 23 \checkmark$



Priorité avec parenthèses imbriquées : commence toujours par les parenthèses les plus intérieures.



Décomposer pour calculer mentalement : $7 \times 12 = 7 \times (10 + 2) = 70 + 14 = 84$. La distributivité est ton outil de calcul rapide !