

Proportionnalité

التناسبية

Chapitre 5 : La Proportionnalité

I. Notion de proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'une s'obtient en multipliant l'autre par un nombre constant appelé **coefficient de proportionnalité** ou **rapport**.

Si y est proportionnel à x : $y = k \times x$, où k est le coefficient.

Exemple : Le prix total et la quantité d'articles :

Si un stylo coûte 3 DH, et j'achète x stylos, le prix total est $y = 3x$ DH.

Le coefficient de proportionnalité est 3.

II. Tableau de proportionnalité

Un tableau est un tableau de proportionnalité si, pour passer d'une ligne à l'autre, on multiplie (ou divise) toujours par le même nombre.

Exemple :

Nombre de stylos	1	2	3	5
Prix (DH)	3	6	9	15

Coefficient : $3/1 = 6/2 = 9/3 = 15/5 = 3$

III. Reconnaître une proportionnalité

Méthode : Vérifier que les quotients de la 2ème ligne par la 1ère sont constants.

$$k = y_1/x_1 = y_2/x_2 = y_3/x_3 = \dots$$

Exemple : Les résultats $3/1 = 3$, $6/2 = 3$, $9/3 = 3$ sont tous égaux, donc c'est proportionnel.

IV. Produit en croix (quatrième proportionnelle)

Si $a/b = c/d$, alors $a \times d = b \times c$

(Produit des extrêmes = Produit des moyennes)

Utilité : Trouver une valeur manquante.

Exemple : Si 3 stylos coûtent 9 DH, combien coûtent 5 stylos ?

$$3/9 = 5/x$$

$$3 \times x = 9 \times 5$$

$$3x = 45$$

$$x = 15 \text{ DH}$$

V. Pourcentages

Un **pourcentage** est une fraction avec dénominateur 100. On le note avec le symbole %.

$$t\% = t/100$$

$$t\% \text{ d'une quantité } Q = (t/100) \times Q$$

Exemples :

- 25% de 80 = $(25/100) \times 80 = 0,25 \times 80 = 20$
- 10% de 150 = $(10/100) \times 150 = 0,1 \times 150 = 15$

Augmentation/Diminution :

- Augmenter de 20% : Multiplier par 1,20
- Diminuer de 20% : Multiplier par 0,80
- Augmenter de 50% : Multiplier par 1,50
- Diminuer de 50% : Multiplier par 0,50

VI. Échelle

L'**échelle** d'une carte ou d'un plan est le rapport entre la distance sur le plan et la distance réelle.

$$\text{Échelle} = \text{distance sur le plan} / \text{distance réelle}$$

Exemple : Échelle 1/50 000 signifie :

- 1 cm sur la carte représente 50 000 cm = 500 m en réalité
- 1 mm sur la carte = 50 m en réalité

Utilisation : Si deux villes sont séparées par 8 cm sur une carte à l'échelle 1/50 000 :

- Distance réelle = $8 \text{ cm} \times 50\,000 = 400\,000 \text{ cm} = 4 \text{ km}$

Formules clés

- **Proportionnalité** : $y = k \times x$
- **Produit en croix** : $a/b = c/d \Rightarrow ad = bc$
- **Pourcentage** : $t\% \text{ de } Q = (t/100) \times Q$
- **Échelle** : Échelle = distance plan / distance réelle
- **Augmentation de t%** : multiplier par $(1 + t/100)$
- **Diminution de t%** : multiplier par $(1 - t/100)$

Astuces & méthodes

Pièges classiques



Mal utiliser le produit en croix : si $a/b = c/d$, alors $ad = bc$ (croix = diagonales). Ne pas confondre avec $a \times b = c \times d$!



Augmentation et diminution successives : une augmentation de 20% puis une diminution de 20% ne redonne PAS le prix initial. Le résultat est une diminution de 4% ($0,8 \times 1,2 = 0,96$).



Confondre échelle et réalité : avec une échelle 1/50 000, 1 cm sur le plan = 50 000 cm = 500 m en réalité. Toujours convertir les unités !

Astuces de pros



Vérifier la proportionnalité : calcule le rapport y/x pour chaque paire de valeurs. S'ils sont tous égaux, le tableau est proportionnel.



Augmentation de t% : multiplie par $(1 + t/100)$. Augmentation de 15% $\rightarrow \times 1,15$. Plus rapide que de calculer le pourcentage séparément !



Repérer une situation proportionnelle : si on double une quantité et que l'autre double aussi, c'est proportionnel. Vérifie toujours avec $0 \rightarrow 0$ (passage par l'origine).