

Symétrie axiale

التماثل المحوري

Chapitre 4 : La Symétrie axiale

I. Définition

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) si :

- (d) est perpendiculaire au segment [AA']
- (d) passe par le milieu de [AA']

Autrement dit, (d) est la médiatrice de [AA'].

Cas particulier : Si un point P est sur la droite (d), il est son propre symétrique par rapport à (d).

II. Propriétés de la symétrie axiale

La symétrie axiale conserve :

- **Les distances :** Si [AB] a pour symétrique [A'B'], alors $AB = A'B'$
- **Les angles :** Un angle et son symétrique ont la même mesure
- **Les aires :** Une figure et son symétrique ont la même aire
- **L'alignement :** Si des points sont alignés, leurs symétriques sont aussi alignés

Conséquence : La symétrie axiale transforme une figure en une figure de même forme et même taille.

III. Symétrique d'une figure

Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à (d) :

1. Identifier les sommets de la figure (points A, B, C, ...)
2. Tracer la perpendiculaire à (d) pour chaque sommet
3. Reporter la même distance de l'autre côté de (d)
4. Relier les points symétriques obtenus

Exemple : Symétrique d'un triangle rectangle

- L'angle droit reste un angle droit
- Les côtés conservent leurs longueurs
- Le triangle image est superposable au triangle original

IV. Axe de symétrie d'une figure

Une droite (d) est un axe de symétrie d'une figure si la figure est exactement sa propre image par la symétrie d'axe (d).

Exemples :

- **Rectangle :** 2 axes de symétrie (les deux médiatrices des côtés)
- **Carré :** 4 axes de symétrie (2 diagonales + 2 médiatrices)
- **Triangle équilatéral :** 3 axes de symétrie (3 hauteurs)
- **Triangle isocèle :** 1 axe de symétrie (la hauteur du sommet principal)

- **Cercle** : Une infinité d'axes (tous les diamètres)

V. Symétrie et orientation

Important : La symétrie axiale inverse l'orientation.

Si on trace une figure avec une certaine orientation (par exemple, les sommets A, B, C dans le sens des aiguilles d'une montre), son symétrique aura l'orientation inverse (A', B', C' dans le sens inverse).

Formules clés

- **Symétrique d'un point** : A' est le symétrique de A par (d) si (d) est perpendiculaire et médiatrice de [AA']
- **Conservation des distances** : $AB = A'B'$
- **Conservation des angles** : Les angles sont préservés
- **Axe de symétrie** : Droite telle que la figure soit sa propre image

Astuces & méthodes

Pièges classiques



Oublier que l'orientation s'inverse : dans la symétrie axiale, si les sommets A, B, C sont dans le sens horaire, leurs symétriques A', B', C' seront dans le sens antihoraire.



Confondre axe de symétrie et axe de rotation : l'axe de symétrie fait "retourner" la figure comme un miroir — ce n'est pas une rotation !

Astuces de pros



Construire le symétrique d'un point : trace la perpendiculaire à l'axe passant par le point, puis reporte la même distance de l'autre côté de l'axe.



Vérifier un axe de symétrie : plie mentalement la figure selon l'axe — si les deux moitiés se superposent parfaitement, c'est bien un axe de symétrie.



Axes classiques à mémoriser : carré → 4 axes, rectangle → 2 axes, losange → 2 axes (les diagonales), cercle → infinité d'axes.