

Fractions

الكسور

Chapitre 1 : Les Fractions

I. Définition d'une fraction

Une fraction est une écriture de la forme $\frac{a}{b}$ où :

- a est le numérateur (nombre du haut)
- b est le dénominateur (nombre du bas) avec $b \neq 0$
- La fraction représente la division $a \div b$

Exemples :

- $\frac{3}{4}$ se lit "trois quarts" (3 divisé par 4)
- $\frac{7}{2}$ se lit "sept demis" (7 divisé par 2)
- $\frac{1}{3}$ se lit "un tiers" (1 divisé par 3)

II. Simplification d'une fraction (Réduction)

On peut simplifier une fraction en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre (différent de 0).

Exemple :

$$\frac{12}{18} = \frac{(12 \div 6)}{(18 \div 6)} = \frac{2}{3}$$

Fraction irréductible : Une fraction est irréductible quand on ne peut plus la simplifier.

Exemple : $\frac{2}{3}$ est irréductible (PGCD(2,3) = 1)

Méthode : Diviser par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

III. Comparaison de fractions

Cas 1 : Même dénominateur

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple : $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$ (car $3 < 5$)

Cas 2 : Dénominateurs différents

Il faut d'abord réduire au même dénominateur.

Exemple : Comparer $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$

- $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$
- $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$
- Donc $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

IV. Opérations sur les fractions

Addition et soustraction :

- Avec même dénominateur : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{(a+c)}{b}$
- Avec dénominateurs différents : réduire d'abord au même dénominateur

Exemples :

- $2/5 + 1/5 = 3/5$
- $1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6$
- $7/4 - 2/4 = 5/4$

Multiplication :

$$(a/b) \times (c/d) = (a \times c)/(b \times d)$$

Exemple : $(2/3) \times (4/5) = 8/15$

Division :

$$(a/b) \div (c/d) = (a/b) \times (d/c) = (a \times d)/(b \times c)$$

Exemple : $(2/3) \div (4/5) = (2/3) \times (5/4) = 10/12 = 5/6$

Formules clés

- **Simplification :** $a/b = (a \div d)/(b \div d)$ où $d = \text{PGCD}(a,b)$
- **Addition :** $a/b + c/d = (ad+bc)/(bd)$
- **Soustraction :** $a/b - c/d = (ad-bc)/(bd)$
- **Multiplication :** $a/b \times c/d = (ac)/(bd)$
- **Division :** $a/b \div c/d = (ad)/(bc)$

Astuces & méthodes

Pièges classiques



Additionner les dénominateurs — $1/3 + 1/4 \neq 2/7$. Il faut mettre au même dénominateur : $4/12 + 3/12 = 7/12$.



Diviser par une fraction sans inverser — $a/b \div c/d = a/b \times d/c$. On inverse la fraction diviseur et on multiplie.



Simplifier avant de calculer — On ne peut simplifier que dans un produit (croix), jamais dans une addition.

Astuces de pros



PPCM pour additionner : trouver le plus petit commun multiple des dénominateurs, c'est plus rapide que de multiplier les dénominateurs entre eux.



Toujours **simplifier le résultat final** en divisant numérateur et dénominateur par leur PGCD.