

Puissances

القوى والأسس

Chapitre 2 : Les Puissances

I. Définition d'une puissance

a^n (lire "a puissance n" ou "a exposant n") signifie que on multiplie **a** par lui-même **n** fois.

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \text{ (n fois)}$$

Vocabulaire :

- **a** s'appelle la base
- **n** s'appelle l'exposant
- a^n s'appelle une puissance

Exemples :

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- $7^1 = 7$

II. Cas particuliers

Exposant 0 : Pour tout nombre $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Exemples : $5^0 = 1$, $12^0 = 1$, $(-3)^0 = 1$

Exposant 1 : $a^1 = a$

Exemples : $7^1 = 7$, $(-4)^1 = -4$

Exposant négatif : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Exemples : $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$, $5^{-2} = \frac{1}{25}$

III. Propriétés des puissances

Produit de puissances : $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Exemple : $2^3 \times 2^2 = 2^5 = 32$

Quotient de puissances : $a^m \div a^n = a^{m-n}$

Exemple : $2^5 \div 2^3 = 2^2 = 4$

Puissance d'une puissance : $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Exemple : $(2^3)^2 = 2^6 = 64$

Puissance d'un produit : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

Exemple : $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

Puissance d'un quotient : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemple : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

IV. Puissances de 10

Définition :

- $10^1 = 10$
- $10^2 = 100$
- $10^3 = 1\ 000$
- $10^n = 1$ suivi de n zéros
- $10^{-1} = 0,1$
- $10^{-2} = 0,01$
- $10^{-n} = 0,00\dots01$ avec n décimales

Application - Notation scientifique :

Un nombre en notation scientifique s'écrit : $a \times 10^n$ où $1 \leq |a| < 10$

Exemples :

- $3\ 500 = 3,5 \times 10^3$
- $0,00042 = 4,2 \times 10^{-4}$
- $1\ 250\ 000 = 1,25 \times 10^6$

Formules clés

- **Produit** : $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- **Quotient** : $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- **Puissance de puissance** : $(a^m)^n = a^{mn}$
- **Produit dans la puissance** : $(ab)^n = a^n \times b^n$
- **Quotient dans la puissance** : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- **Exposant 0** : $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$)
- **Exposant négatif** : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Astuces & méthodes

Pièges classiques



Multiplier les exposants au lieu de les additionner — $a^3 \times a^4 = a^7$ (pas a^{12}). On additionne les exposants quand la *base est la même*.



Confondre $(a^2)^3$ et $a^2 \times a^3$ — $(a^2)^3 = a^6$ (on multiplie), $a^2 \times a^3 = a^5$ (on additionne).



Croire que a^{-2} est négatif — $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$, c'est toujours positif si $a > 0$.

Astuces de pros



Notation scientifique : compter le nombre de décalages de la virgule. $45\,000 = 4,5 \times 10^4$; $0,003 = 3 \times 10^{-3}$.



Pour comparer deux puissances de 10, regarder uniquement les exposants : $10^5 > 10^{-3}$ car $5 > -3$.