

Théorème de Pythagore

نظرية فيثاغورس

Chapitre 5 : Théorème de Pythagore

I. Énoncé du théorème

Théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse égale la somme des carrés des deux autres côtés.

Si le triangle ABC est rectangle en A, alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Vocabulaire :

- **Hypoténuse** = le côté opposé à l'angle droit (le plus long côté)
- **Cathètes** = les deux côtés qui forment l'angle droit

II. Démonstration intuitive

On peut vérifier le théorème avec un exemple simple :

- Triangle avec cathètes 3 et 4
- $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$
- Donc l'hypoténuse = 5

Autres exemples de triplets pythagoriciens :

- 5, 12, 13 (car $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$)
- 8, 15, 17 (car $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$)
- 6, 8, 10 (car $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$)

III. Applications du théorème

Cas 1 : Calculer l'hypoténuse

Si on connaît les deux cathètes AB et AC, on trouve BC :

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

Exemple : Triangle rectangle avec cathètes 6 cm et 8 cm

- $BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
- $BC = \sqrt{100} = 10$ cm

Cas 2 : Calculer une cathète

Si on connaît l'hypoténuse BC et une cathète AB, on trouve AC :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$$

Exemple : Triangle rectangle avec hypoténuse 13 cm et une cathète 5 cm

- $AC^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
- $AC = \sqrt{144} = 12$ cm

IV. Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle ABC on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Alors le triangle est rectangle en A.

Application : Vérifier si un triangle est rectangle

Exemple : Le triangle avec côtés 5, 12, 13 est-il rectangle ?

- Vérifier : $13^2 = 5^2 + 12^2$?
- $169 = 25 + 144$?
- $169 = 169$ ✓
- Oui, c'est un triangle rectangle !

V. Géométrie spatiale

Le théorème de Pythagore s'applique aussi en 3D pour les diagonales de parallélépipèdes.

Formules clés

- **Théorème :** $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (si angle droit en A)
- **Hypoténuse :** $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$
- **Cathète :** $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$
- **Réciproque :** Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors triangle rectangle en A

Astuces & méthodes

Pièges classiques



L'hypoténuse n'est pas toujours BC — C'est le côté opposé à l'angle droit. Identifier d'abord où est l'angle droit, puis le côté en face c'est l'hypoténuse.



Oublier la racine carrée à la fin — $BC^2 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5$, pas 25.



Appliquer Pythagore sur un triangle non-rectangle — Toujours justifier l'existence de l'angle droit avant d'utiliser le théorème.

Astuces de pros



Triplets pythagoriciens à connaître : (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17), (6, 8, 10), (9, 12, 15). Les reconnaître évite tout calcul.



Pour la réciproque, calculer les trois carrés séparément puis vérifier si $c^2 = a^2 + b^2$. Ne pas écrire $c^2 = a^2 + b^2$ avant d'avoir tout calculé.