Atlasmaths

atlasmaths.com

2ÈME ANNÉE COLLÈGE · FICHE DE COURS

Théorème de Thalès

نظرية طاليس

📚 Résumé du cours

I. Droites parallèles et triangles — configuration de Thalès

On considère deux droites (SA) et (SB) sécantes en un point S, coupées par deux droites parallèles. On obtient deux **configurations de Thalès** :

- **Configuration « triangle » :** les parallèles coupent les deux côtés du triangle SAB.
- **Configuration « papillon » (sablier) :** S est entre les deux parallèles.

II. Théorème de Thalès

Soient S un point et (d) et (d') deux droites parallèles. Si A, M ∈ (SA) avec M ≠ S, et B, N ∈ (SB) avec N ≠ S, tels que (MN) ∥ (AB), alors :

SM/SA = SN/SB = MN/AB

Ces trois rapports sont égaux : on dit que M et N **divisent proportionnellement** les côtés du triangle.

Attention : les rapports sont des **rapports de longueurs signées** (avec signe) dans le cas général. Pour les longueurs positives (cas du triangle simple) : SM/SA = SN/SB.

III. Réciproque du théorème de Thalès

Soient S, A, M trois points alignés (dans cet ordre) et S, B, N trois points alignés. Si :

SM/SA = SN/SB

alors (MN) ∥ (AB).

Utiliser la réciproque pour montrer un parallélisme :

1. Identifier le sommet S et les deux droites sécantes.
2. Calculer SM/SA et SN/SB.
3. Si les deux rapports sont égaux → (MN) ∥ (AB).

IV. Calcul d'une longueur inconnue

Si (MN) ∥ (AB) et qu'on connaît SM, SA, SB, chercher SN :

SM/SA = SN/SB ⇒ **SN = SM × SB / SA**

De même : MN = AB × SM/SA.

Exemple : SM = 3 cm, SA = 6 cm, SB = 8 cm, (MN) ∥ (AB).

SN/SB = SM/SA = 3/6 = 1/2. SN = 8 × 1/2 = **4 cm.**

V. Cas de la droite des milieux

Théorème des milieux : si M et N sont les milieux de [SA] et [SB] dans un triangle SAB, alors (MN) ∥ (AB) et MN = AB/2.

Réciproquement, si (MN) ∥ (AB) et SM = MA, alors SN = NB.

VI. Applications et pièges

Pièges courants :

- Bien identifier le sommet S (la pointe du triangle ou le point d'intersection).
- Les longueurs doivent partir du même sommet S dans chaque rapport.
- Vérifier que les points sont dans le bon ordre sur les droites.
- Ne pas confondre avec le théorème de Pythagore (triangles rectangles).

🎯 Formules clés

- **(MN) ∥ (AB) ⇒ SM/SA = SN/SB = MN/AB**
- **SM/SA = SN/SB ⇒ (MN) ⫽ (AB) (réciproque)**
- **SN = SM × SB / SA**
- **MN = AB × SM / SA**
- **Milieux : MN ∥ AB et MN = AB/2**

💡 Astuces & méthodes

🔴 **Pièges classiques**

❌

Inverser l'ordre des points dans les rapports — SM/SA doit avoir le même sens que SN/SB (du sommet S vers les points). Toujours partir du sommet de la configuration.

❌

Appliquer Thalès sans vérifier le parallélisme — Il faut d'abord confirmer (ou démontrer) que les droites sont parallèles. C'est la condition sine qua non.

❌

Confondre la configuration sécante (droites qui se coupent en S) avec d'autres configurations — Les deux droites coupées doivent passer par le même point S.

🟢 **Astuces de pros**

✅

Schéma systématique : tracer la figure, identifier S (sommet), les deux droites coupées et les parallèles. Écrire les rapports directement depuis le schéma.

💡

Pour la réciproque, calculer les deux rapports numériquement et vérifier leur égalité. Ne conclure au parallélisme qu'après avoir vérifié.