

Inéquations du premier degré

المتراجحات من الدرجة الأولى

I. Définitions et vocabulaire

Une **inéquation** est une inégalité contenant une ou plusieurs inconnues. Résoudre une inéquation, c'est trouver l'ensemble de toutes les valeurs de l'inconnue qui la vérifient.

Cet ensemble s'appelle l'**ensemble solution** et se note souvent S.

Les symboles d'inégalité : $<$ (strictement inférieur), \leq (inférieur ou égal), $>$ (strictement supérieur), \geq (supérieur ou égal).

II. Propriétés des inégalités

Pour tous réels a, b, c :

- **Addition/soustraction** : si $a < b$, alors $a + c < b + c$ (on peut ajouter ou soustraire le même nombre des deux membres, le sens de l'inégalité est conservé).
- **Multiplication par un positif** : si $a < b$ et $c > 0$, alors $a \cdot c < b \cdot c$ (sens conservé).
- **Multiplication par un négatif** : si $a < b$ et $c < 0$, alors $a \cdot c > b \cdot c$ (**sens inversé !**).

Règle d'or : quand on multiplie ou divise les deux membres par un nombre **négatif**, on **inverse le sens de l'inégalité**.

III. Résolution d'une inéquation du premier degré

On résout une inéquation $ax + b < c$ (ou $>$, \leq , \geq) comme une équation, en appliquant les mêmes opérations aux deux membres, en faisant attention au sens :

1. Développer et réduire si nécessaire.
2. Regrouper les termes en x d'un côté, les constantes de l'autre.
3. Diviser par le coefficient de x. **Si ce coefficient est négatif, inverser le signe d'inégalité.**
4. Écrire la solution sous forme d'intervalle ou d'ensemble.

Exemple 1 : $3x - 5 > 7$

$3x > 12 \Rightarrow x > 4$. Solution : $S =]4; +\infty[$.


Exemple 2 : $-2x + 6 \leq 12$

$-2x \leq 6 \Rightarrow x \geq -3$ (on divise par -2 , on inverse). Solution : $S = [-3; +\infty[$.

IV. Tableau de signes

Pour étudier le signe d'une expression du type $ax + b$:

1. Trouver la racine (zéro) : $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$.
2. Remplir le tableau : le signe de $ax + b$ est le signe de a pour $x > -\frac{b}{a}$, et le signe opposé pour $x < -\frac{b}{a}$ (s'annule en $x = -\frac{b}{a}$).

 Atlasmaths X	— La plateforme #1 maths au Maroc —∞	$-\frac{b}{a}$		$+\infty$	www.atlasmaths.com
---	---	----------------	--	-----------	--------------------

$ax + b$ signe de $(-a)$

0

signe de a

V. Signe d'un produit ou d'un quotient

Pour résoudre $(ax + b)(cx + d) > 0$ ou $\frac{ax + b}{cx + d} > 0$:

1. Trouver les racines de chaque facteur.
2. Construire un tableau de signes pour chaque facteur.
3. Multiplier (ou diviser) les signes ligne par ligne.
4. Lire la solution selon le signe recherché.

Règle des signes : $(+) \times (+) = (+)$, $(-) \times (-) = (+)$, $(+) \times (-) = (-)$.

VI. Intersection et réunion d'intervalles

Pour résoudre un système d'inéquations (deux conditions simultanées) :

- « **et** » (**condition ET**) : intersection des ensembles solutions \cap .
- « **ou** » (**condition OU**) : réunion des ensembles solutions \cup .

Exemple : $x > 2$ ET $x \leq 7 \Rightarrow S =]2; 7]$.

🎯 Formules clés

- \times ou \div par un négatif \Rightarrow sens de l'inégalité inversé
- Résoudre $ax + b < c$: même méthode que l'équation + attention au signe de a
- Tableau de signes : zéro de $ax + b$ en $x = -\frac{b}{a}$, signe de a après
- Produit de signes : $(+)(+) = +$; $(-)(-) = +$; $(+)(-) = -$
- ET $\Rightarrow \cap$; OU $\Rightarrow \cup$

Astuces & méthodes

Pièges classiques



Oublier d'inverser le sens de l'inégalité quand on divise par un négatif !

$-2x < 6 \Rightarrow x > -3$ (et non $x < -3$). C'est l'erreur la plus fatale de ce chapitre.



Mal écrire l'ensemble solution — $x > 3$ s'écrit $]3; +\infty[$ et non $[3; +\infty[$. Le crochet fermé signifie que la valeur est incluse (\geq).



Inverser ET / OU — " $x > 2$ ET $x < 5$ " donne $]2; 5[$ (intersection). " $x < 2$ OU $x > 5$ " donne $]-\infty; 2[\cup]5; +\infty[$ (union).

Astuces de pros



Règle d'or : traiter une inéquation comme une équation, mais noter mentalement le signe de ce par quoi on divise à chaque étape.



Vérifier la solution en testant une valeur de l'ensemble trouvé et une valeur hors de cet ensemble dans l'inéquation de départ.