

Racines carrées

الجدور المربعة

Résumé du cours

Définition

Pour $a \geq 0$, \sqrt{a} est le nombre positif dont le carré est a : $(\sqrt{a})^2 = a$.

Propriétés

- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)
- $\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$ ($a \geq 0, b > 0$)
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $(\sqrt{a})^2 = a$

Simplification

Chercher le plus grand carré parfait qui divise le nombre sous la racine :

- $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$
- $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$
- $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

Rationalisation du dénominateur

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} ; \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$$

Formules clés

- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- Pour rationaliser : multiplier par le conjugué

Astuces & méthodes

Pièges classiques



$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ — L'erreur la plus répandue en racines !

$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$, et non $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.



$\sqrt{a^2} = |a|$, **pas a** — Si a est négatif, $\sqrt{a^2} = -a$ (positif).

$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3 = |-3|$.



La racine n'est définie que pour les positifs — $\sqrt{-4}$ n'existe pas dans \mathbb{R} .

Astuces de pros



Rationaliser le dénominateur : multiplier par le conjugué.

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}.$$



Simplifier les radicaux en cherchant des **carrés parfaits** : $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$.