

Systemes d'equations du premier degre

الجمال المعادلات من الدرجة الأولى

I. Définition

Un **système de deux équations à deux inconnues** x et y est un couple d'équations à résoudre simultanément :

$$\{ a_1x + b_1y = c_1 \quad (L_1)$$

$$a_2x + b_2y = c_2 \quad (L_2)$$

Une **solution** du système est un couple (x, y) qui vérifie les deux équations à la fois.

II. Méthode par substitution

1. Isoler une inconnue dans l'une des deux équations (par exemple x en fonction de y dans L_1).
2. Substituer cette expression dans l'autre équation (L_2) pour obtenir une équation à une seule inconnue.
3. Résoudre cette équation.
4. Remplacer la valeur trouvée pour obtenir l'autre inconnue.
5. Vérifier en substituant dans les deux équations initiales.

Exemple : $\{ 2x + y = 7 \text{ (} L_1 \text{) et } x - 3y = -4 \text{ (} L_2 \text{)}$

De L_2 : $x = 3y - 4$. Substituer dans L_1 : $2(3y - 4) + y = 7 \Rightarrow 7y = 15 \Rightarrow y = 15/7 \dots$ (on préfère parfois la combinaison linéaire)

III. Méthode par combinaison linéaire (élimination)

1. Multiplier les équations par des coefficients pour rendre les coefficients d'une inconnue opposés.
2. Additionner membre à membre pour éliminer cette inconnue.
3. Résoudre l'équation à une inconnue obtenue.
4. Remplacer dans une équation pour trouver l'autre inconnue.
5. Vérifier.

Exemple : $\{ 2x + 3y = 7 \text{ (} L_1 \text{) et } 3x - y = 5 \text{ (} L_2 \text{)}$

On multiplie L_2 par 3 : $9x - 3y = 15$. On additionne avec L_1 : $11x = 22 \Rightarrow x = 2$. Dans L_1 : $4 + 3y = 7 \Rightarrow y = 1$.
Solution : **(2, 1)**.

IV. Interprétation graphique

Chaque équation $ax + by = c$ représente une droite dans le plan. Le système peut avoir :

- **Une solution unique** : les deux droites sont sécantes (cas général).
- **Aucune solution** : les deux droites sont parallèles (strictement).
- **Infinité de solutions** : les deux droites sont confondues.

V. Mise en équation de problèmes

Pour résoudre un problème par un système :

1. Identifier les deux inconnues et les nommer (x et y).
2. Traduire les conditions du problème en deux équations.
3. Résoudre le système.
4. Vérifier que la solution est cohérente avec le contexte (âges positifs, quantités positives, etc.).
5. Rédiger la réponse.

Formules clés

- **Substitution** : isoler x (ou y) dans une équation, puis remplacer dans l'autre
- **Combinaison** : multiplier pour rendre un coefficient opposé, puis additionner
- **Vérification** : substituer le couple (x, y) dans les DEUX équations
- **Interprétation** : 2 droites sécantes \rightarrow 1 solution ; parallèles \rightarrow 0 ; confondues $\rightarrow \infty$

Astuces & méthodes

Pièges classiques



Vérifier dans une seule équation — La solution doit satisfaire les DEUX équations. Toujours substituer dans L_1 ET L_2 .



Erreur de signe lors de la substitution — Si on isole $x = 5 - 2y$, bien remplacer x par $(5 - 2y)$ avec les parenthèses pour éviter les erreurs de distribution.



Oublier de multiplier TOUS les termes — Lors de la méthode par combinaison, multiplier chaque terme de l'équation, pas seulement le premier.

Astuces de pros



Choisir la bonne méthode : substitution si un coefficient vaut 1 ou -1 (facile à isoler) ; combinaison sinon (plus rapide).



Pour les problèmes de mise en équation, **nommer clairement les inconnues** en début de solution : "Soit x le prix d'un stylo et y le prix d'un cahier".