3ÈME ANNÉE COLLÈGE · FICHE DE COURS

Trigonométrie dans le triangle rectangle

حساب المثلثات في المثلث القائم

📚 Résumé du cours

I. Rappels sur le triangle rectangle

Dans un triangle rectangle en A, le côté opposé à l'angle droit (le plus grand côté) s'appelle **l'hypoténuse**.

Par rapport à un angle aigu B :

- Le côté **adjacent** à B est le côté de B qui n'est pas l'hypoténuse.
- Le côté **opposé** à B est le côté qui ne touche pas B.

II. Les trois rapports trigonométriques

Dans un triangle rectangle en A, pour un angle aigu B :

$$\cos(B) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$
$$\sin(B) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$
$$\tan(B) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$$

Moyen mnémotechnique : *SOH-CAH-TOA*

- **S**in = **O**pposé / **H**ypoténuse
- **C**os = **A**djacent / **H**ypoténuse
- **T**an = **O**pposé / **A**djacent

III. Valeurs remarquables

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$-$

IV. Relation fondamentale

Pour tout angle aigu α :

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

Et aussi : $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

V. Complémentarité des angles

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$ (angles complémentaires), alors :

$$\sin(\alpha) = \cos(\beta) \quad \cos(\alpha) = \sin(\beta) \quad \tan(\alpha) = \frac{1}{\tan(\beta)}$$

Autrement dit : $\sin(\alpha) = \cos(90^\circ - \alpha)$ et $\cos(\alpha) = \sin(90^\circ - \alpha)$.

VI. Calculer un côté inconnu

Méthode : dans un triangle rectangle en A, connaissant un angle aigu B et un côté :

- Si on connaît BC (hyp.) : $AC = BC \times \sin(B)$, $AB = BC \times \cos(B)$.
- Si on connaît AB (adj.) : $AC = AB \times \tan(B)$, $BC = \dfrac{AB}{\cos(B)}$.
- Si on connaît AC (opp.) : $AB = \dfrac{AC}{\tan(B)}$, $BC = \dfrac{AC}{\sin(B)}$.

VII. Calculer un angle inconnu

Si on connaît le rapport d'un sinus, cosinus ou tangente, on utilise la **fonction réciproque** (arcsin, arccos, arctan) à la calculatrice.

Exemple : $\cos(B) = 0,6 \Rightarrow B = \arccos(0,6) \approx 53,13^\circ$.

Vérification : les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires ⇒ leur somme doit être 90°.

VIII. Application — angle de gisement et d'élévation

- L'**angle d'élévation** est l'angle entre la droite de visée vers un objet élevé et l'horizontale.
- L'**angle de dépression** est l'angle entre la droite de visée vers un objet en contrebas et l'horizontale.

Dans les deux cas, on modélise par un triangle rectangle et on applique sin, cos ou tan selon ce qu'on cherche.

🎯 Formules clés

- $\cos(B) = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
- $\sin(B) = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$
- $\tan(B) = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$
- $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$
- $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
- $\sin(\alpha) = \cos(90^\circ - \alpha)$
- Valeurs clés : $\sin(30^\circ) = \dfrac{1}{2}$, $\cos(30^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan(45^\circ) = 1$, $\sin(60^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

💡 Astuces & méthodes

🔴 Pièges classiques

❌

Confondre adjacent et opposé — Ils dépendent de l'angle choisi ! Pour l'angle B : opposé = côté en face de B, adjacent = côté à côté de B (pas l'hypoténuse).

❌

Calculatrice en mode radians — En 3AC, toujours travailler en degrés. Vérifier le mode de la calculatrice avant de commencer.

❌

Inverser sin et cos — Mémo : **SOH-CAH-TOA** (Sin=Opposé/Hyp, Cos=Adjacent/Hyp, Tan=Opposé/Adjacent).

🟢 Astuces de pros

✅

Tableau à mémoriser (30°, 45°, 60°) :
$\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ | $\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$

💡

Pour trouver un angle : utiliser la fonction inverse (arcsin, arccos, arctan) sur la calculatrice. $\arctan(\frac{3}{4})$ donne l'angle dont tan vaut $\frac{3}{4}$.