

Calcul trigonométrique

الحساب المثلثي

Le cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1 muni d'un sens direct (sens contraire des aiguilles d'une montre).

Radian et degré

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ \Rightarrow 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,3^\circ$$

Cosinus et sinus

Pour tout réel x , le point M du cercle trigonométrique associé à x a pour coordonnées $(\cos x, \sin x)$.

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Formules d'addition

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

Formules de duplication

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$$

Angles associés

- $\cos(\pi - x) = -\cos x$; $\sin(\pi - x) = \sin x$
- $\cos(\pi + x) = -\cos x$; $\sin(\pi + x) = -\sin x$
- $\cos(-x) = \cos x$; $\sin(-x) = -\sin x$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$; $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

🎯 Formules clés

- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$
- $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$
- $\cos(2a) = 2 \cos^2 a - 1$
- $\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$

💡 Astuces & méthodes

🔴 Pièges classiques



Signe dans $\cos(a - b) - \cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$. Le signe est inversé par rapport à $\cos(a + b)$.
Le mémo : \mp dans la formule $\cos(a \pm b)$.



$\cos(2a)$ a 3 formes — choisir la bonne selon le contexte :

$$\cos(2a) = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a = \cos^2 a - \sin^2 a.$$



Radian vs degrés au TC — On travaille en radians. $\pi \text{ rad} = 180^\circ$. Mémo clé : $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$, $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$, $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$,
 $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$.

🟢 Astuces de pros



Tableau valeurs remarquables en radians :

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \mid \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \mid \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \mid \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \mid \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$



Pour linéariser : utiliser $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$ et $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$. Ces formules sont dérivées directement de $\cos(2a)$.