Atlasmaths

atlasmaths.com

TRONC COMMUN SCIENCES · FICHE DE COURS

Ensembles de nombres

مجموعات الأعداد

📚 Résumé du cours

Les ensembles de nombres

> $\mathbb{N}$ **– Nombres naturels :** {0, 1, 2, 3, ...}

> $\mathbb{Z}$ **– Nombres entiers relatifs :** {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}

> $\mathbb{Q}$ **– Nombres rationnels :** Ensemble des nombres de la forme $\frac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{Z}^*$ ($q \neq 0$).

> $\mathbb{R}$ **– Nombres réels :** Ensemble de tous les nombres (rationnels et irrationnels).

Inclusions

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Intervalles de $\mathbb{R}$

- **[a, b]** = $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ (fermé)
- **]a, b[** = $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ (ouvert)
- **[a, b[** = $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ (semi-ouvert)
- **]a, +∞[** = $\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$
- **]-∞, b]** = $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$

Valeur absolue

$|x| = x$ si $x \geq 0$, $|x| = -x$ si $x < 0$

Propriétés :

- $|x| \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $|x \times y| = |x| \times |y|$
- $|x + y| \leq |x| + |y|$ (inégalité triangulaire)
- $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$ ($a > 0$)
- $|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a$ ou $x \geq a$ ($a > 0$)

Partie entière

> La partie entière de x, notée $E(x)$ ou $[x]$, est le plus grand entier n tel que $n \leq x < n + 1$.

🎯 Formules clés

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
- $|x+y| \leq |x| + |y|$
- $E(x) \leq x < E(x) + 1$

💡 Astuces & méthodes

🔴 Pièges classiques

❌

$\sqrt{2}$ et π ne sont pas dans $\mathbb{Q}$ — Ce sont des irrationnels. $\mathbb{Q}$ contient uniquement les fractions $\frac{p}{q}$ (p, q entiers, $q \neq 0$). Ne jamais écrire $\sqrt{2} = 1,414...$ comme une fraction exacte.

❌

$|x| \leq a$ n'est valable que pour $a \geq 0$ — Si $a < 0$, l'ensemble solution est vide (aucune valeur absolue ne peut être négative).

❌

$E(x)$ est la partie entière par défaut — $E(3,9) = 3$, pas 4. $E(-1,2) = -2$, pas –1 (on prend l'entier inférieur ou égal).

🟢 Astuces de pros

✅

$|x| \geq a$ ($a > 0$) : se traduit par $x \leq -a$ ou $x \geq a$. C'est une union, pas une intersection. Penser à la droite numérique : les valeurs éloignées de 0 de plus de a.

💡

Pour prouver qu'un nombre est irrationnel, supposer qu'il est rationnel et chercher une contradiction (démonstration par l'absurde).