

# Généralités sur les fonctions

عموميات حول الدوال

## Résumé du cours

### Définitions

Une **fonction numérique**  $f$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  associe à chaque  $x$  de son domaine de définition  $D_f$  un unique réel  $f(x)$ .

### Domaine de définition

- Polynôme :  $D_f = \mathbb{R}$
- Fraction : exclure les valeurs qui annulent le dénominateur
- $\sqrt{u(x)}$  :  $D_f$  tel que  $u(x) \geq 0$

### Parité

**Paire** :  $f(-x) = f(x)$  (symétrie / axe Oy)  
**Impaire** :  $f(-x) = -f(x)$  (symétrie / origine O)

### Monotonie

$f$  est **croissante** sur  $I$  si :  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$   
 $f$  est **décroissante** sur  $I$  si :  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

### Extremum

- $f$  admet un **maximum**  $M$  en  $a$  si  $f(a) = M$  et  $f(x) \leq M$  pour tout  $x \in D_f$
- $f$  admet un **minimum**  $m$  en  $a$  si  $f(a) = m$  et  $f(x) \geq m$  pour tout  $x \in D_f$

### Fonctions de référence

- $x \mapsto x^2$  : décroissante sur  $] -\infty, 0]$ , croissante sur  $[0, +\infty[$
- $x \mapsto \frac{1}{x}$  : décroissante sur  $] -\infty, 0[$  et sur  $]0, +\infty[$
- $x \mapsto \sqrt{x}$  : croissante sur  $[0, +\infty[$
- $x \mapsto |x|$  : décroissante sur  $] -\infty, 0]$ , croissante sur  $[0, +\infty[$

## Formules clés

- f paire :  $f(-x) = f(x)$
- f impaire :  $f(-x) = -f(x)$
- Taux de variation :  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

## Astuces & méthodes

### Pièges classiques



**Confondre image et antécédent** — L'image de a par f est  $f(a)$ . L'antécédent de b est le x tel que  $f(x) = b$ . Ce n'est pas la même chose.



**f paire/impair : vérifier pour TOUT x du domaine** — Il ne suffit pas de vérifier pour  $x = 1$  ou  $x = 2$ . Il faut le démontrer algébriquement pour tout x.



**Taux de variation négatif  $\neq$  fonction négative** — Un taux négatif signifie que f est décroissante sur cet intervalle, pas que f prend des valeurs négatives.

### Astuces de pros



**Parité graphique** : une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées (axe y). Une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine O.



Le taux de variation est la pente de la droite reliant deux points du graphe. Un taux positif  $\rightarrow$  f croissante sur cet intervalle, négatif  $\rightarrow$  décroissante.