Polynômes

كثيرات الحدود

📚 Résumé du cours

Définition

Un **polynôme** P(x) est une expression de la forme : P(x) = $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ où $a_n \neq 0$, n est le degré.

Opérations sur les polynômes

- **Somme :** $\deg(P+Q) \leq \max(\deg P, \deg Q)$
- **Produit :** $\deg(P \times Q) = \deg P + \deg Q$

Racines d'un polynôme

a est une racine de P si $P(a) = 0$. Si a est racine, alors $(x-a)$ divise P(x).

Polynôme du second degré : $ax^2 + bx + c$

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

- $\Delta > 0$: deux racines $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\Delta = 0$: une racine double $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$
- $\Delta < 0$: pas de racine réelle

Factorisation

- $\Delta > 0$: $P(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
- $\Delta = 0$: $P(x) = a(x-x_0)^2$

Relations entre coefficients et racines

$x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$

🎯 Formules clés

- $\Delta = b^2 - 4ac$
- $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
- $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$
- $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$

💡 Astuces & méthodes

🔴 Pièges classiques

❌

Mal calculer le discriminant — $\Delta = b^2 - 4ac$. Attention au signe : si b est négatif, b^2 est positif. Si $ax^2 + bx + c$ n'est pas sous forme standard, remettre en ordre d'abord.

❌

$\Delta = 0$ **⇒ une seule racine, pas deux** — $x = -\dfrac{b}{2a}$. Ne pas écrire deux racines identiques comme si c'était deux solutions distinctes.

❌

Oublier de mettre sous forme $ax^2 + bx + c = 0$ **avant d'appliquer la formule** — Tout doit être du même côté de l'équation.

🟢 Astuces de pros

✅

Relations de Viète pour vérifier : $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ et $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$. Si les racines trouvées ne vérifient pas ces relations, il y a une erreur.

💡

Factorisation rapide : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$. Très utile pour résoudre les inéquations du 2ème degré ensuite.